

Для  
билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 3

№1.

$$x^2 - x - a(a-1) = 0$$

Посчитаем дискриминант:

$$D = 1 + 4 \cdot a(a-1) = 1 + 4a^2 - 4a = (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 1 + 1^2 = \\ = (2a-1)^2 \Rightarrow \text{корни у этого уравнения есть} \\ \text{всегда}$$

При  $a = \frac{1}{2}$   $D = 0 \Rightarrow$  корень один, это по  
условию не подсчит. При всех остальных  $a$   
 $D > 0 \Rightarrow$  корни два.

Теперь посчитаем корни уравнения:

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{(2a-1)^2}}{2} = \frac{1 \pm |2a-1|}{2} = \frac{1 \pm (2a-1)}{2}$$

~~$$x_{1,2} = \frac{1 \pm (2a-1)}{2} = \frac{1 \pm (2a-1)}{2}$$~~

~~$$x_{1,2} = \frac{1 \pm (2a-1)}{2} = \frac{1 \pm (2a-1)}{2}$$~~

Но здесь модуль можно не учитывать,  
т.к. мы в решении рассматриваем  
варианты  $+$  и  $-$ .

$$\begin{cases} x = \frac{1+2a-1}{2} \\ x = \frac{1-2a+1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = a \\ x = -a+1 \end{cases}$$

П.к. меньший корень уравнения больше  $\frac{1}{3}$ , то и



Большой корень уравнения больше ~~от~~  $\frac{1}{3}$ .

Значит,

$$\begin{cases} a > \frac{1}{3} \\ -a + 1 > \frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} a > \frac{1}{3} \\ a - 1 < -\frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} a > \frac{1}{3} \\ a < \frac{2}{3} \end{cases}$$

Но при этом  $a \neq \frac{1}{2}$   $a > \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ .

Ответ:  $a \in (\frac{1}{3}; \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; \frac{2}{3})$

N 4.

$$2|x-2| - a - x = 2$$

1)  $2 \leq x < 5$  (по условию)

$$2(x-2) - a - x = 2$$

$$2x - 4 - a - x = 2$$

$$x - a = 6$$

$$|x-2| = x-2$$

$$2 \leq x < 5$$

$$2 \leq a \leq x - a < 5 - a$$

$$2 - a \stackrel{①}{\leq} 6 \stackrel{②}{<} 5 - a$$

$$①: 2 - a \leq 6$$

$$a \geq -4$$

$$②: 6 < 5 - a$$

$$a < -1$$

$$-4 \leq a < -1$$

2)  $0 \leq x < 2$  (по условию)

$$2(-x+2) - a - x = 2$$

$$-2x + 4 - a - x = 2$$

$$-3x - a = -2$$

$$|x-2| = -x+2$$

$$0 \leq x < 2$$

$$0 \leq 3x < 6$$

$$-6 < -3x \leq 0$$

$$-6 - a \stackrel{①}{\leq} -3x - a \leq -a$$

$$-6 - a \stackrel{①}{\leq} -2 \stackrel{②}{\leq} -a$$

$$①: -6 - a < -2$$

$$a > -4$$

$$②: -2 \leq -a$$

$$a \leq 2$$

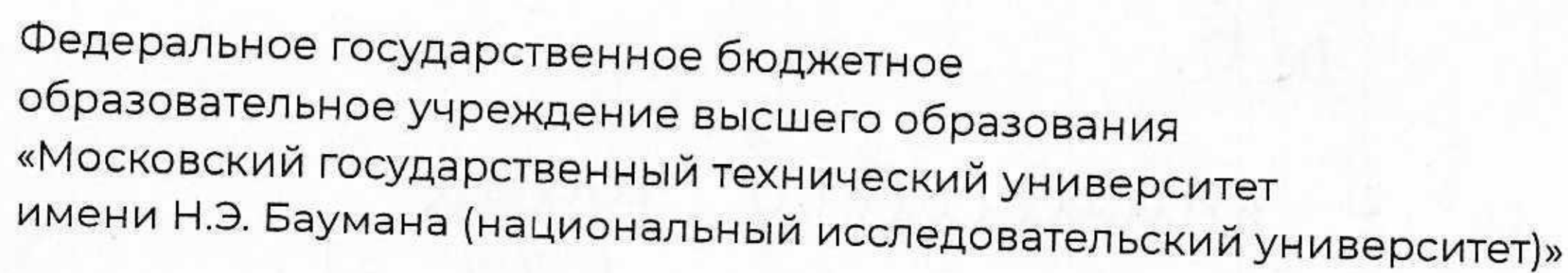
$$a \leq 2$$

$$-4 < a \leq 2$$

Значит, это выполняется при объединении 1 и 2 случая.

Ответ: при  $a \in [-4; 2]$





Вариант задания 1

Лист работы 2 из 3

Точка  $M$  лежит выше  
точки  $K$ , т.к.  $AB < AC$   
(по свойству квадрата)  
и т.к. делит свою сторону  
в большем отношении,  
чем т.  $K$ .

III.к.  $SQ \parallel CD$  и  $PT \parallel BC$  (по накрест лежащим углам при параллельных и секущей), по теореме Фалеса  $\frac{AM}{CM} = \frac{AQ}{QD}$  и  $\frac{AM}{CM} = \frac{AP}{PB}$ .

Ombrem:  $\angle KM D = 90^\circ$



N6.



1)  $5000 \times 0,56 = 2800 \text{ м}^3$  - примесей в пруде

2)  $5000 \text{ м}^3 \times 0,05 = 250 \text{ м}^3$  - надо, чтобы было примесей

Посчитаем, сколько воды останется за каскадом  
за этап:

3)  $2800 - 2800 \times 0,4 = 2800 - 1120 = 1680 \text{ м}^3$  -  
примесей после 1 эт.

4)  $1680 - 1680 \times 0,3 = 1680 - 504 = 1176 \text{ м}^3$  - примесей  
после 2 этапов

5)  $1176 - 1176 \times 0,25 = 1176 - 294 = 882 \text{ м}^3$  - примесей  
после 3 этапов

6)  $882 - 882 \times 0,2 = 882 - 176,4 = 705,6 \text{ м}^3$  - примес.  
после 4 этап.

7)  $705,6 - 705,6 \times 0,4 = 705,6 - 282,24 = 423,36 \text{ м}^3$  -  
примесей  
после 1 эт.

8)  $423,36 - 423,36 \times 0,3 = 423,36 - 127,008 =$   
 $= 296,352 \text{ м}^3$  - примесей после 2 этапов

9)  $296,352 - 296,352 \times 0,25 = 296,352 - 74,088 =$   
 $= 222,264 \text{ м}^3$  - примесей после 3 этапов

Столько этапов и нужно провести. Теперь  
посчитаем, сколько суток и дней нужно  
1 очис. соору. для очистки.

10)  $1120 + 504 + 294 + 176,4 + 282,24 + 127,008 +$   
 $+ 74,088 = 2577,736 \text{ м}^3$  - всего за все этапы  
очисти

11)  $2577,736 : 200 = 12,588888 \approx 12,59$  суток

12)  $2800000 + 1000 \times 12,59 + 2000 \times 12,59 =$

$= 2800000 + 12590 + 25180 = 2824770 \text{ руб.}$  - на 1 очис.

13)  $2577,736 : 500 \approx 5,104104104 \approx 5,104$  суток

14)  $6000000 + 5,104 \times 1000 + 5,104 \times 2000 = 6000000 + 5104 + 10208 =$   
 $= 6015312 \text{ руб.}$  - на 2 очис.

Ответ: выложить будет 1 очис. соору., потратено  
будет 2824770 руб.





Вариант задания 1

Лист работы 3 из 3

$$\begin{aligned} & \text{N2.} \\ & (-6 + \sqrt{37} + (\sqrt{3} + 2) \times \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}) \times |x| + 5 - \sqrt{37} = 0 \\ & (-6 + \sqrt{37} + (\sqrt{3} + 2) \times \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}) \times |x| = -5 + \sqrt{37} \\ & (-6 + \sqrt{37} + (\sqrt{3} + 2) \times \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{3}}) \times |x| = -5 + \sqrt{37} \\ & (-6 + \sqrt{37} + (\sqrt{3} + 2) \times \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}) \times |x| = -5 + \sqrt{37} \\ & (-6 + \sqrt{37} + (\sqrt{3} + 2) \times |2 - \sqrt{3}|) \times |x| = -5 + \sqrt{37} \\ & |2 - \sqrt{3}| \text{ всегда } > 0, \text{ т.к. } 2 > \sqrt{3} \Rightarrow |2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3} \\ & (-6 + \sqrt{37} + (\sqrt{3} + 2) \times (2 - \sqrt{3})) \times |x| = -5 + \sqrt{37} \\ & (-6 + \sqrt{37} + 2^2 - (\sqrt{3})^2) \times |x| = -5 + \sqrt{37} \\ & (-6 + \sqrt{37} + 1) \times |x| = -5 + \sqrt{37} \\ & (-5 + \sqrt{37}) \times |x| = -5 + \sqrt{37} \\ & |x| = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \quad \text{— второе условие}$$

Первое условие:

$$\sqrt{-|y - x|} + 1 > 0$$

П.к. квадрат. корень всегда  $\geq 0$ , то  $\sqrt{-|y - x|} + 1 \geq 1$ ,  
а значит оно  $> 0$  всегда.

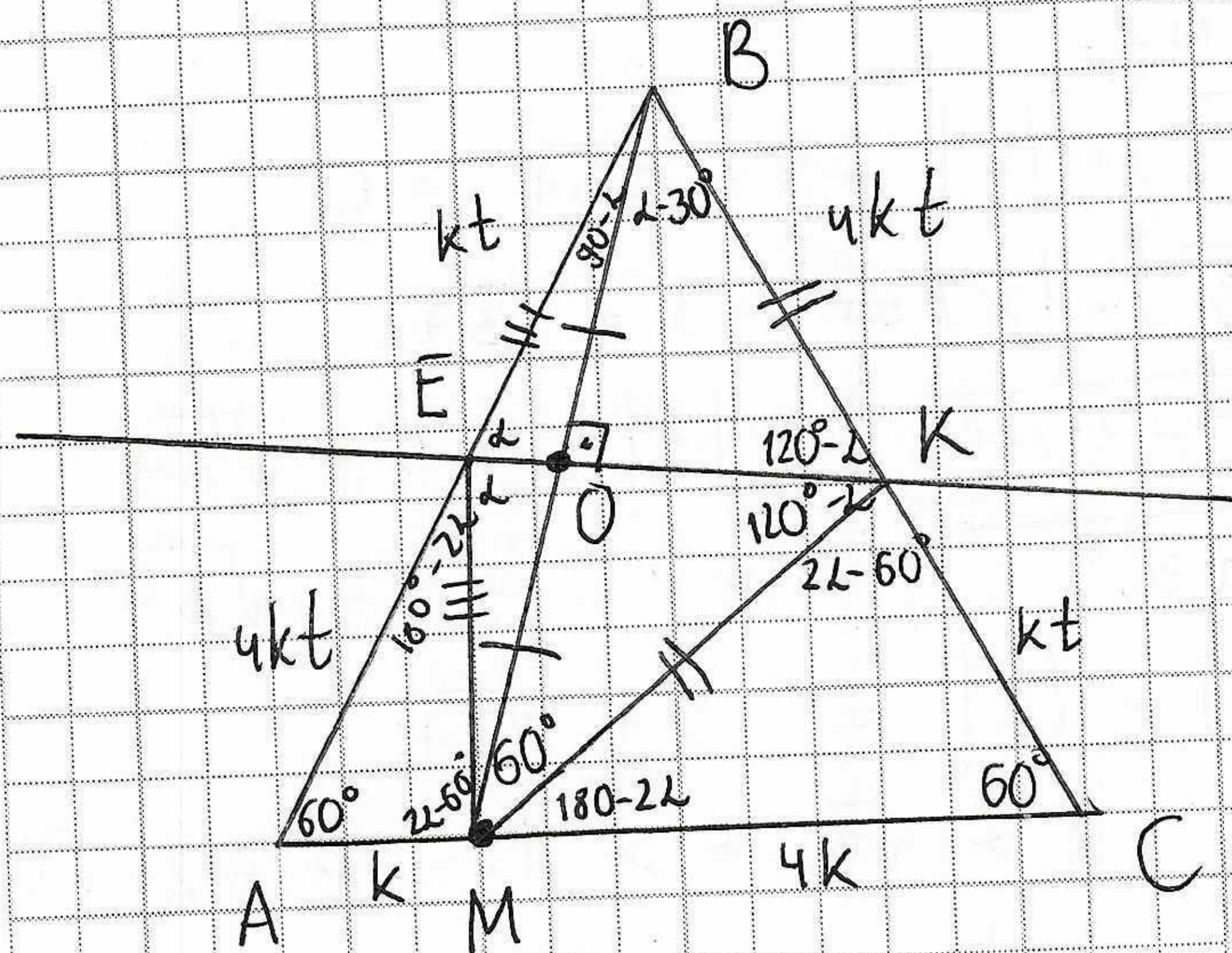
Но значение под знаком корня должно быть  
положительным, иначе выражение не имеет  
смысла. П.к.  $|y - x| \geq 0$ , то  $-|y - x| \leq 0$ ,  
а значит всё возможно только при  
 $|y - x| = 0 \Rightarrow y - x = 0 \Rightarrow y = x$



Поча этии условия удовлетворяют  
пары  $(1; 1)$  и  $(-1; -1)$  и все  
Ответ:  $(1; 1); (-1; -1)$



№ 5.



$\triangle BKM$  — р/б, т.к.  $OK$  —  
медiana и высота.  
 $\Rightarrow BK = KM$

$\triangle MEB$  — р/б, т.к.  $OE$  — высота и медiana  $\Rightarrow ME = EB$

Пусть  $\angle MEO = \angle$   $\Rightarrow \angle MEO = \angle OEB = \angle$  (как дуг-са)

$\angle EBO = 90^\circ - \angle$ ,  $\angle OBK = \angle - 30^\circ$ , т.к.  $\angle ABC = 60^\circ$

$\angle BKO = 120^\circ - \angle$ , т.к.  $\angle OKM = \angle BKO = 120^\circ - \angle$  (т.к.

$OK$  — дуг-са),  $\angle MKC = 2\angle = 60^\circ$ ,  $\angle KMC = 180^\circ - 2\angle$ ,

т.к.  $\angle ACB = 60^\circ$ .  $\angle EBK = \angle EMK = 60^\circ$ .

$\angle EMA = 2\angle - 60^\circ$ ,  $\angle AEM = 180^\circ - 2\angle$

(там, где нет пояснений — по сумме углов  
в  $\triangle$ -нике или в развернутом угле)

$\triangle AEM$  и  $\triangle CMK$  по двум углам  $\Rightarrow AE = 4kt$   $KC = kt$

Но т.к.  $\triangle ABC$  — равносторонний, то  $AB = BC = AC$

и  $kt = k$ . Но тогда  $\triangle AEM = \triangle MEK = \triangle MKC = \triangle EBK$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle EBK}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle EBK}}{4S_{\triangle EBK}} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Ответ: } \frac{S_{\triangle EBK}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4}$$